

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (गुप-ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.

(1*20=20)

(सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें)

i. The domain of $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$ is: $(f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$ का प्रभाव क्षेत्र है)

(a) [3,4]

(b) $R -]3,4[$ (c) $R -]4,3[$

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

ii. The range of $f(x) = \cos x - \sin x$ is $(f(x) = \cos x - \sin x$ का परिसर है)

(a) [-1,1]

(b) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (c) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

iii. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, then $f\{F(\cos 2\theta)\}$ equal to(यदि $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ तब $f\{F(\cos 2\theta)\}$ का मान बराबर है)(a) $\cot 2\theta$ (b) $\cos 2\theta$ (c) $\tan 2\theta$

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

iv. If $L + \frac{\tan 3x}{a \sin 7x} = k$, then k is equal to(यदि $L + \frac{\tan 3x}{a \sin 7x} = k$, तब k का मान है)

(a) 3/7

(b) 7/3

(c) 1/7

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

v. The value of $L + \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{x - a \sqrt{x-a}}$ is $\left(L + \frac{x^{5/2} - a^{5/2}}{x - a \sqrt{x-a}} \text{ का मान है}\right)$ (a) $5a^3$ (b) $5a^2$

(c) 5a

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

vi. If $y = \sin(\cos x)$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ is(यदि $y = \sin(\cos x)$, तब $\frac{dy}{dx}$ का मान है)(a) $\sin x \cdot \cos(\cos x)$ (b) $\sin x \cdot \cos(\sin x)$ (c) $-\cos(\cos x) \cdot \sin x$

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

vii. The d.c. of $\tan x$ w.r. to $\sin x$ is(tan x का अवकल-गुणांक $\sin x$ के सापेक्ष है)(a) $\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $\sec^2 x$ (c) $\tan^2 x$

(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)



viii. The value of $\int \log x \cdot dx$ is

($\int \log x \cdot dx$ का मान है)

- (a) $x(\log x + x) + c$ (b) $x(\log x + 1) + c$ (c) $x(\log x - 1) + c$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. The value of $\int \frac{\cot(\log x)}{x} dx$ is

($\int \frac{\cot(\log x)}{x} dx$ का मान है)

- (a) $\log[\sin(\log x)] + c$ (b) $\log[\cos(\log x)] + c$ (c) $\sin(\log x) + c$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

x. The value of $\int \cot x \cdot dx$ is

($\int \cot x \cdot dx$ का मान है)

- (a) $\operatorname{cosec}^2 x + c$ (b) $\log(\sin x) + c$ (c) $\log(\cos x) + c$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xi. The value of $\int \frac{\tan x}{\cot x} \cdot dx$ is

($\int \frac{\tan x}{\cot x} \cdot dx$ का मान है)

- (a) $\sec^2 x - 1 + c$ (b) $\tan x + x + c$ (c) $\tan x - x + c$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xii. The value of $\int \sec x^0 \cdot \tan x^0 dx$ is

($\int \sec x^0 \cdot \tan x^0 dx$ का मान है)

- (a) $\frac{\pi}{180} \sec x^0 + c$ (b) $\frac{180}{\pi} \sec x^0 + c$ (c) $\frac{180}{\pi} \tan x^0 + c$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiii. The value of $\int_{-1}^1 \frac{|x|}{x} dx$ is

($\int_{-1}^1 \frac{|x|}{x} dx$ का मान है)

- (a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiv. If $f(x)$ is an odd function then the value of $\int_{-a}^a F(x) \cdot dx$ is

(यदि $f(x)$ एक विषम फलत है तब $\int_{-a}^a F(x) \cdot dx$ का मान है)

- (a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xv. If $\overrightarrow{OP} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ and $\overrightarrow{OQ} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ then the direction cosine of $\overrightarrow{PQ}$ is

(यदि $\overrightarrow{OP} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ और $\overrightarrow{OQ} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ है तब $\overrightarrow{PQ}$ का दिक् कोज्या है)

- (a) $(\frac{3}{\sqrt{59}}, \frac{-4}{\sqrt{59}}, \frac{2}{\sqrt{59}})$ (b) $(\frac{1}{\sqrt{59}}, \frac{-7}{\sqrt{59}}, \frac{3}{\sqrt{59}})$ (c) $(\frac{2}{\sqrt{59}}, \frac{3}{\sqrt{59}}, \frac{-1}{\sqrt{59}})$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xvi. If $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ then $\vec{a} \times \vec{b}$ is equal to

(यदि $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ तब $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान है)

- (a) $2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ (b) $6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ (c) $\vec{i} - 10\vec{j} - 18\vec{k}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xvii. The work done by the force $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ on the particle which is displaced from the point (1,2,3) to the point (-3,4,5) is

(बल $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ के द्वारा कण जो बिन्दु (1, 2, 3) से बिन्दु (3, 4, 5) तक विस्थापित होता है, पर किये गये कार्य का नाम मान होगा)

- (a) 3 units (ईकाई) (b) 2 units (ईकाई) (c) 4 units (ईकाई) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)



- viii. If the vector $-2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ is perpendicular to the vector $\vec{i} - 4\vec{j} + \lambda\vec{k}$, then the value of λ is
(यदि सदिश $-2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ लम्ब है सदिश $\vec{i} - 4\vec{j} + \lambda\vec{k}$ पर तब λ का मान है)
(a) 8 (b) 4 (c) 6 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

- xix. The order and degree of the differential equation $m \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{3/2} = 5. \frac{d^2y}{dx^2}$
(अवकल समीकरण $m \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{3/2} = 5. \frac{d^2y}{dx^2}$ का कोटी और घात है)
(a) 1 and 2 (१ और २) (b) 2 and 3 (२ और ३) (c) 2 and 2 (२ और २) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

- xx. The arithmetic symbol for operation additions subtraction, multiplication and division in mat lab one
(मैट में ऑपरेशन जोड़, घटाव, गुणा और भाग के लिए अंकगणितीय संकेत है)
(a) +, -, ×, ÷ (b) +, -, *, / (c) +, -, *, ÷ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप -बी)

- Q.2 Find $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right)$
(मान निकालें $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right)$)
OR (अथवा)

- If $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, when $x \neq 0$
= 0 when $x = 0$
Then test the continuity of $f(x)$ at $x=0$
(यदि $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, जब $x \neq 0$ = 0 जब $x = 0$ तो $x=0$ का संतत की जाँच करें)

- Q.3 If $y = \sin[\cos\{\tan(\cot x)\}]$, find $\frac{dy}{dx}$
(यदि $y = \sin[\cos\{\tan(\cot x)\}]$, तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें)

OR (अथवा)

- If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{1-y^2}{1-x^2}$
(यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, तो सिद्ध करें कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1-y^2}{1-x^2}$)

- Q.4 Evaluate $\int \frac{dx}{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}}$
($\int \frac{dx}{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}}$ का मान निकालें)

OR (अथवा)

- Evaluate $\int \tan^4 x \, dx$
($\int \tan^4 x \, dx$ का मान निकालें)



- Q.5 If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ one-unit vectors and θ is the angle between them, show that $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$
(यदि $\hat{a}$ और $\hat{b}$ इकाई सदिश है तथा θ उनके बीच का कोण है तो दिखाया कि $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$)

OR (अथवा)

Prove that the area of a parallelogram having diagonals $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ is $5\sqrt{3}$

(सिद्ध करें कि किसी समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल, जिसके विकर्ण $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ और $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ is $5\sqrt{3}$ है)

- Q.6 Find the differential equation of all circles passing through the origin and having their centres on the axis of x

(मूल बिंदु से गुजरनेवाले सभी वृत्तों के अवकल समीकरण प्राप्त करें, जिनके केंद्र x अक्ष पर स्थित है)

OR (अथवा)

Find the differential equation of the family of curves $y = e^x (A \cos x + B \sin x)$, where A and B are arbitrary constants.

(वक्र-कुल $y = e^x (A \cos x + B \sin x)$ का अवकल समीकरण ज्ञाते कीजिए, जहां A और B स्वेच्छ अचर हैं।)

Group (C) (ग्रुप - सी)

- Q.7 Find the d.c. of $\log_a x$ from the first principle.
($\log_a x$ का अवकल गुणांक प्रथम सिद्धान्त से निकालें)

OR (अथवा)

If $y = x^x + (\sin x)^{\cot x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

(यदि $y = x^x + (\sin x)^{\cot x}$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करें)

- Q.8 Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cdot \cos x \cdot dx$

(मान निकालें $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cdot \cos x \cdot dx$)

OR (अथवा)

Evaluate $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot dx$

(मान निकालें $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot dx$)



- Q.9 Find the area of the portion of the parabola $y^2 = 4x$ cut off by the line $y=x$
(सरल रेखा $y=x$ द्वारा परवलय $y^2 = 4x$ से काटे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालें)

06

OR (अथवा)

Find the area of the smaller portion of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ cut off by the line $x = \frac{a}{2}$
(सरल रेखा $x = \frac{a}{2}$ द्वारा विभाजित वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ के भागों में से छोटे भाग का क्षेत्रफल निकालें)

06

- Q.10 Show that the vectors $\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $2\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$ and $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ are linearly independent.
(दिखायें कि सदिश $\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $2\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$ और $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ एकयातीय स्वतंत्र हैं।)

06

OR (अथवा)

Three forces $2\vec{i} + 7\vec{j}$, $2\vec{i} + 15\vec{j} + 6\vec{k}$, $15\vec{k}$ acting on the point P with position vector $4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ and displaces it to point Q with position vector $6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, find the work done.

06

(तीन बल $2\vec{i} + 7\vec{j}$, $2\vec{i} + 15\vec{j} + 6\vec{k}$, $15\vec{k}$ बिन्दु P पर स्थित सदिश $4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ के साथ कार्यरत हैं और इसे स्थिति सदिश $6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ के साथ Q बिन्दु तक विस्थापित करते हैं, तो किये गये कार्य को निकालें।)

- Q.11 Solve the following differential equation $(x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$
(निम्न अवकल समीकरण को हल करें $(x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$)

06

OR (अथवा)

Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 \cdot e^y$
(निम्न अवकल समीकरण को हल करें $\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^2 \cdot e^y$)

06

